ص ٤٤ / ص ٤٥ فيزياء إحصائية

سلم تصحيح الفيزياء الإحصائية، السنة الثالثة.

تمرين 1: ماكسويل بولتزمان

E_1	E_2	E_3
A	B	—
A	—	B
—	A	B
B	A	—
B	—	A
—	B	A
AB	—	—
—	AB	—
—	—	AB

(9) حالات

بوزة - أينشتاين

E_1	E_2	E_3
A	A	—
A	—	A
AA	—	—
—	AA	—
—	—	AA

لدينا (6) حالات

فيرمي ديراك

E_1	E_2	E_3
A	A	—
A	—	A
—	A	A

لدينا ثلاث حالات

(3)

تمرين 2: نعطي بالتوزيع في الحالة الكلاسيكية

$$\bar{n} = F = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \pm 1}$$

حيث نأخذ (+) لتوزيع بوز - أينشتاين و (-) لتوزيع فيرمي ديراك

نأخذ في الحالة الكلاسيكية

$$\bar{n} \ll 1 \Rightarrow F \ll 1 \Rightarrow e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \gg 1$$

$$\bar{n}_r = e^{-\alpha - \beta\varepsilon_r}$$ لدينا في الحالة العامة

$$\sum \bar{n}_r = \sum e^{-\alpha - \beta\varepsilon_r} = e^{-\alpha} \sum e^{-\beta\varepsilon_r} = N$$

$$e^{-\alpha} = \frac{N}{\sum e^{-\beta\varepsilon_r}} \Rightarrow \bar{n}_r = \frac{N e^{-\beta\varepsilon_r}}{\sum e^{-\beta\varepsilon_r}}$$

وهي تعبر عن توزيع ماكسويل بولتزمان في الحالة الكلاسيكية وذلك عندما $T \to \infty$، أي عندما تصبح الجسيمات الكلاسيكية تحترم توزيع ماكسويل بولتزمان.

تمرين 3: $dE = T\,dS - P\,dV$، $P = -\frac{dE}{dV}$

$$P = \sum_s \bar{n}_s \left(-\frac{\partial E_s}{\partial V}\right), \quad E_s = \hbar\omega = \hbar c k = \hbar c (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$E_s = \hbar c \frac{2\pi}{L} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow E_s = cL^{-1} = cV^{-\frac{1}{3}}$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial V} = -\frac{1}{3} c V^{-\frac{4}{3}} = -\frac{1}{3}\frac{E_s}{V} \Rightarrow P = \sum_s \bar{n}_s \left(\frac{1}{3}\frac{E_s}{V}\right)$$

$$P = \frac{1}{3} V^{-1} \sum_s \bar{n}_s E_s \Rightarrow P = \frac{1}{3V} \bar{E} = \frac{1}{3} u_0$$

$$g(\nu) = \begin{cases} \frac{9N}{\nu_d^3}\nu^2 & \nu < \nu_d \\ 0 & \nu > \nu_d \end{cases}$$

$\nu_c = \nu_d$.

$$dn_\nu = F_{BE} \cdot g(\nu) \cdot d\nu.$$

$$dn_\nu = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1} \frac{9N}{\nu_d^3} \nu^2 d\nu.$$

$$dE = h\nu \cdot dn_\nu = \frac{9Nh}{\nu_d^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1} \cdot d\nu.$$

$$E_T = \int dE = \int_0^{\nu_d} \frac{9Nh}{\nu_d^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1} d\nu.$$

$$E_T = \frac{9Nh}{\nu_d^3} \int_0^{\nu_d} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1} d\nu.$$

$T_d = \frac{h\nu_d}{K}$, $q_d = \frac{h\nu_d}{KT}$, $q = \frac{h\nu}{KT}$

$$E_T = \frac{9Nh^4}{(KTq_d)^3} \int_0^{q_d} \frac{(KTq)^3}{h^3(e^q - 1)} \frac{KT}{h} dq.$$

$$E_T = \frac{9NKT}{q_d^3} \int_0^{q_d} \frac{q^3}{e^q - 1} dq$$

$$E_T = 9NKT \left(\frac{KT}{h\nu_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3}{e^q - 1} dq$$

$$E_T = 9KTN \left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3}{e^q - 1} dq \Rightarrow C_v = \frac{\partial E_T}{\partial T}$$

$$C_v = 9NK\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^4 e^q}{(e^q - 1)^2} dq$$

$q = 1 + q + \frac{q^2}{2!} + \frac{q^3}{3!} + \cdots$

$T_d >> T$

$$E_T = 9KTN\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3}{1 + q + \frac{q^2}{2!} + \frac{q^3}{3!} + \cdots - 1} dq = 9KT\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} q^2 dq$$

$$E_T = 3NKT$$